NUMEROS RACIONALES

CONCEPTO DE NÚMERO RACIONAL

El cociente de dividir dos (02) números enteros no siempre resulta ser un número entero.

Divisiones como 2 ÷ 3; (-5) ÷ 2; (-4) ÷ (-7) no son posibles en el conjunto Z. Para dar solución a estas operaciones se creó un nuevo conjunto llamado el conjunto de los números racionales, que se nota con Q y se define:

$$\left\{ \frac{p}{q} / p, q \in Z, \Lambda, q \neq 0 \right\}$$

Las divisiones anteriores se pueden expresar por medio de números racionales así:

$$\frac{2}{3}, -\frac{5}{2}, \frac{-4}{-7}$$

Término de un número racional

Un número racional está formado por:

1. El signo: Puede ser positivo o negativo y se escribe antes del número.
2. El Numerador: Es el número escrito en la parte superior.
3. El Denominador: Es el que se escribe en la parte inferior.

Un número racional es el representante de las fracciones equivalentes con él. Se caracteriza porque entre sus elementos no hay factores comunes (son fracciones irreductibles). Así.

$$\frac{1}{2} = \left\{ \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{-2}{-4}, .. \right\}$$

$$\frac{-2}{3} = \left\{ -\frac{4}{6}, -\frac{8}{12}, \frac{-4}{6}, .. \right\}$$

En estos ejemplos, $\frac{1}{2}$ y $-\frac{2}{3}$ son los números racionales. Las demás son fracciones equivalentes con cada uno de ellos.

APRENDIZAJE ACTIVO

Ejemplos

1. Escribir como número racional las siguientes divisiones.
   a) 13 ÷ 5

   El signo del número racional es positivo, pues tanto 13 como 5 lo son (el cociente de números de igual signo es positivo), además 13 es el numerador y t el denominador del número racional buscado. Por lo tanto $\frac{13}{5}$ *es el racional.*

   b) 5 ÷ (-8)

   El signo del número racional es negativo, pues 5 es positivo Y -8 negativo (el cociente de números de diferente signo es negativo), 5 es el numerador y 8 el denominador del número racional buscado. Por lo tanto $-\frac{5}{8}$ *es el racional.*

2. Identificar los números racionales que hay en el grupo de fracciones

   $\frac{5}{10}, -\frac{8}{7}, \frac{9}{8}, \frac{45}{15}, -\frac{11}{23}, -\frac{7}{16}, \frac{14}{21},$

   Son números racionales aquellos en los que no hay factores o divisores comunes entre sus términos (numerador y denominador). Por lo tanto los racionales que hay en este grupo de número son $-\frac{8}{7}, \frac{9}{8}, -\frac{11}{23}, -\frac{7}{16}$

Práctica 17

1. Escribe como número racional cada una de las siguientes divisiones.

a) 2 ÷ 7
b) 5 ÷ 9
c) 11 ÷ 3
d) 18 ÷ 13
e) 8 ÷ (-27)
f) -9 ÷ 16
g) 25 ÷ (-3)
h) – 49 ÷ (-22)
i) 2 ÷ 4
j) 14 ÷ 20
k) -30 ÷ (-45)
l) -27 ÷ 15
m) 42 ÷ (-36)
n) 81 ÷ 27
o) -100 ÷ 25

2. Identifica en cada grupo de fracciones los números racionales:

a. $\frac{15}{3}, \frac{9}{4}, \frac{7}{15}, \frac{35}{14}, -\frac{8}{24}$

b. $-\frac{5}{21}, \frac{4}{10}, \frac{2}{7}, -\frac{11}{33}, -\frac{36}{72}$

c. $\frac{28}{35}, -\frac{39}{26}, \frac{34}{17}, -\frac{38}{57}, \frac{43}{84}$

d. $\frac{9}{12}, \frac{5}{13}, \frac{12}{81}, -\frac{38}{69}, -\frac{51}{22}$

e. $\frac{25}{10}, -\frac{4}{18}, \frac{18}{25}, \frac{27}{8}, -\frac{15}{14}$

f. $\frac{13}{39}, \frac{12}{15}, -\frac{9}{14}, \frac{23}{46}, -\frac{34}{39}$

g. $-\frac{32}{15}, \frac{8}{27}, \frac{15}{9}, -\frac{36}{49}, \frac{42}{35}$

h. $\frac{34}{17}, -\frac{15}{36}, \frac{17}{4}, \frac{19}{38}, -\frac{4}{7}$

i. $\frac{28}{9}, \frac{35}{48}, -\frac{25}{100}, \frac{14}{3}, \frac{20}{18}$

j. $-\frac{12}{39}, \frac{25}{42}, -\frac{28}{9}, \frac{15}{40}, -\frac{13}{29}$

SIMPLIFICACIÓN Y AMPLIFICACIÓN

La amplificación: Es el proceso matemático que permite obtener fracciones equivalentes. Consiste en multiplicar por un mismo número tanto al numerador como al denominador del número racional. Así,

$\frac{4}{3}.\frac{2}{2} = \frac{8}{6}; \frac{4}{3}.\frac{5}{5} = \frac{20}{15}$;

$\frac{8}{6}\ y \frac{20}{15}$

Son fracciona equivalentes al racional $\frac{4}{3}$

La simplificación: Es el proceso matemático que permite obtener los números racionales a partir de sus fracciones equivalentes. Consiste en dividir tanto el numerador como denominador entre sus factores comunes. Así,

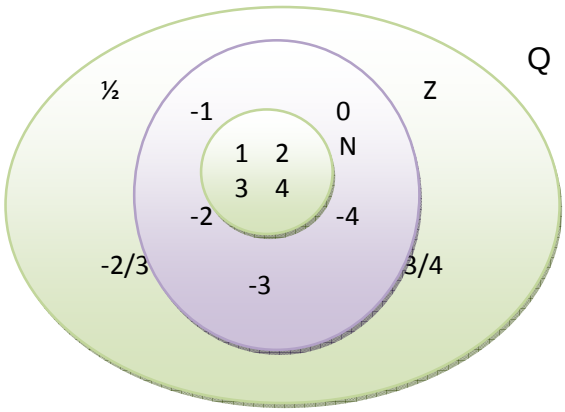
$-\frac{8}{24} \div \frac{8}{8} = -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}$ es el número racional que representa a la fracción

$-\frac{8}{24}$.

Números Naturales, enteros y racionales

Tanto los números naturales como los números enteros se pueden escribir como racionales, poniéndoles uno en el denominador. Por ejemplo

$4 = \frac{4}{1}\ y - 7 = \frac{-7}{1}$ Además en el conjunto de los números racionales también se definen las operaciones aditivas y multiplicativas que se trabajan en los otros conjuntos numéricos. Esto permite establecer la siguiente relación entre los conjuntos mencionados.



N C Z C Q

APRENDIZAJE ACTIVO

1. Escribir dos fracciones equivalentes al número racional dado $-\frac{9}{7}$ *la amplificación es el proceso que se usa para tal fin. Se multiplican tanto el numerador como el denominador por el mismo número y se obtiene las fracciones equivalentes pedidas.*
   $-\frac{9}{7}.\frac{3}{3} = -\frac{27}{21}; -\frac{9}{7}.\frac{5}{5} = -\frac{45}{35}$ las fracciones equivalentes a $-\frac{9}{7}$ son:

$-\frac{27}{21}\ y - \frac{45}{35}$ *Los factores equivalentes de la amplificación fueron 3 y 5 los factores de la amplificación también pueden ser negativos.*

2. Hallar el factor de amplificación y el término que falta para obtener una fracción equivalente con $\frac{7}{4} = -\frac{\square}{36}$

Se dan a este caso los dos denominadores. Para hallar el factor de amplificación se divide 36 (denominador de la fracción pedida) entre 4 (denominador del número racional dado). Así 36 ÷ 4 = 9. Luego 9 es el factor de amplificación.

3. Escribir el número racional que represente a la fracción $\frac{30}{45}$

$\frac{30}{45} \div \frac{3}{3} = \frac{10}{15}$; *(3 es divisor común de 30 y 45). Se toma la fracción obtenida para repetir con ella el proceso.*

$\frac{10}{15} \div \frac{5}{5} = \frac{2}{3}$; *(5 es divisor común de 10 y 15). 2 y 3 no tienen divisiones comunes.*

Por lo tanto $\frac{2}{3}$ es el número racional que representa la fracción $\frac{30}{45}$.

Práctica 18

1. Halla cinco fracciones equivalentes con el número racional dado en donde los factores de amplificación sean 3, 7, 9, 12 y 21.

   a. $\frac{3}{5}$ c. $-\frac{10}{13}$

   b. $\frac{3}{4}$ d. $-\frac{11}{5}$

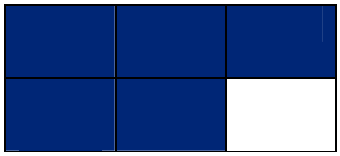
2. Halla el factor de amplificación y la fracción equivalente en cada caso:

   a. $\frac{3}{7} = \frac{\square}{3}$ c. $\frac{11}{9} = \frac{\square}{72}$

   b. $-\frac{15}{9} = -\frac{\square}{60}$ d. $-\frac{2}{15} = -\frac{\square}{45}$

CLASIFICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Recuerda que una fracción indica las partes tomadas de una unidad. El denominador de la fracción indica el número de partes iguales en los que se divide la unidad y el numerador indica la cantidad de las partes tomadas. Así en la fracción $\frac{5}{6}$ la unidad se ha dividido en 6 partes iguales y se ha tomado 5 de ellas



De la misma forma recuerda que hay fracciones menores que la unidad, fracciones mayores que la unidad y fracciones que representan varias unidades completas, además que estas fracciones pueden ser positivas o negativas. Esta circunstancia permite la clasificación de los números racionales así:

1. *Racional Positivo***:** Es aquel cuyo numerador y denominador tienen el mismo signo.
2. Racional Negativo: Es aquel cuyo numerador y denominador tienen signos diferentes.
3. Racional Nulo: Es aquel cuyo producto de numerador y denominador es 0 ejemplo: $\frac{0}{3}$**.**
4. Racional entero: Es aquel mayor o igual a la unidad, representa unidades enteras positivas. Ejemplo: $\frac{3}{1}$**.**

APRENDIZAJE ACTIVO:

Ejemplo:

Clasificar cada uno de los siguientes números racionales en positivos, negativos, nulos o enteros.

a. $\frac{2}{5}$ *Es un racional positivo (numerador y denominador tienen el mismo signo). Es propio que su numerador es el menor que su denominador (es menor que su unidad).*

b. $\frac{-8}{6}$ *Equivalente al racional* $-\frac{4}{3}$ *es negativo (numerador y denominador tienen signo diferente).*

PRACTICA 19.

1. Clasifica cada una de las siguientes fracciones positivas, negativas, nulas, propias, impropias o enteras.

a. $-\frac{}{}$ c. $\frac{}{}$ e. $\frac{}{}$ g. $\frac{}{}$

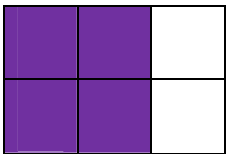
b. $\frac{}{}$ d. $\frac{}{}$ f. $\frac{}{}$ h. $\frac{}{}$

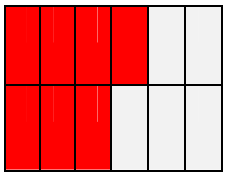
2. Realiza un dibujo de cada uno de los siguientes números racionales.

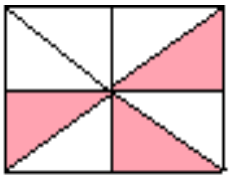
a. $\frac{}{}$ c. $-\frac{}{}$ e. $\frac{}{}$ g. $-\frac{}{}$ i. $\frac{}{}$

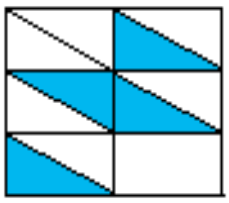
b. $-\frac{}{}$ d. $\frac{}{}$ f. $\frac{}{}$ h. $-\frac{}{}$ j. $-\frac{}{}$

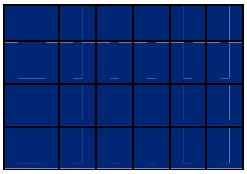
3. Escribe la fracción representada en cada una de las siguientes gráficas.

a. 

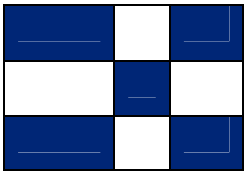
b. 

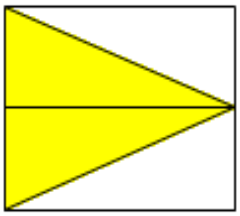
c. 

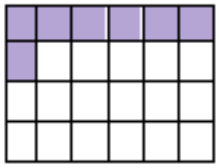
d. 

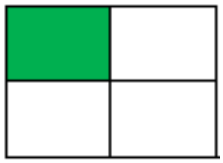
e. 

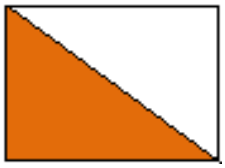
f. 

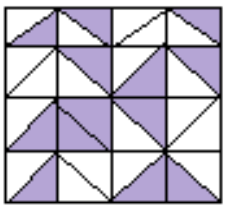
g. 

h. 

i. 

j. 

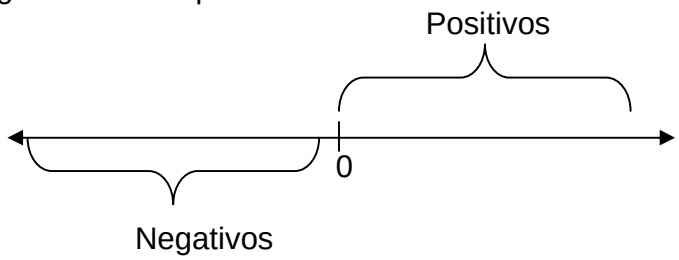
k. 

l. 

LA RECTA NUMÉRICA PARA LOS NÚMEROS RACIONALES

Para representar un número racional sobre la recta numérica se debe tener en cuenta.

1. Los números positivos se presentan a la derecha de cero y los números negativos a la izquierda.

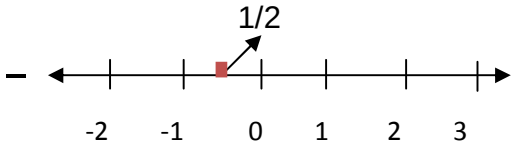


2. Se elige una longitud (siempre la misma) para representar a la unidad.
3. Se divide la unidad en tantas partes iguales como indica el denominador de la fracción que se va a representar.
4. Se cuentan tantas partes como indica el numerador. El punto que coincide con el número de partes es el que representa el número racional (coordenada del punto de la recta).

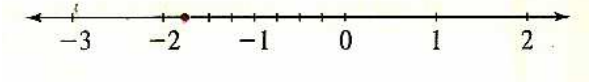
APRENDIZAJE ACTIVO

EJEMPLOS:

1. Representar en la recta numérica los racionales.

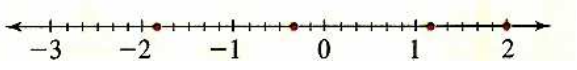
a. 

El racional es positivo por lo tanto está ubicado a la derecha de cero. La unidad comprendida entre 0 y 1 se divide en dos partes iguales y se toma una de ellas.

b. 

El racional es negativo por lo tanto está ubicado a la izquierda de cero. Se dividen las unidades de la izquierda en 4 partes iguales y se toman 7 de ellas.

2. Identificar los números racionales representados en la recta.



Los racionales representados son en orden ascendente — — –

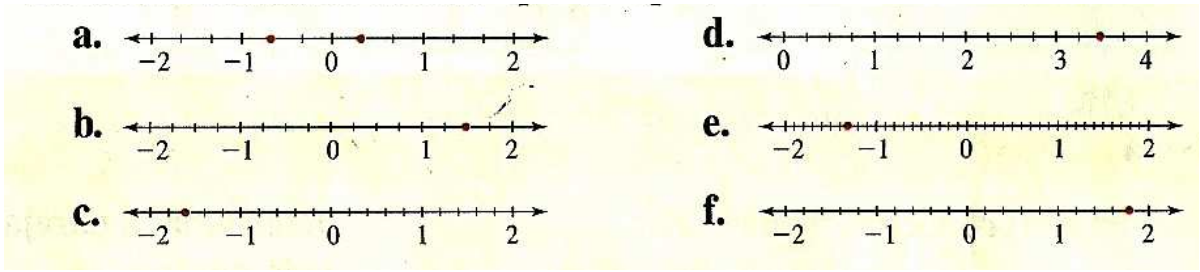
PRÁCTICA 20

1. Representa en la recta numérica cada uno de los siguientes racionales.

a. $\frac{5}{6}$ c. $\frac{12}{4}$ e. $\frac{9}{2}$ g. $\frac{8}{3}$ i.$-\frac{4}{3}$

b. $-\frac{3}{4}$ d. $-\frac{17}{12}$ f.$-\frac{8}{4}$ h. $\frac{1}{2}$ j. $\frac{0}{12}$

2. Escribe el número racional que se representa en cada recta numérica.



INTEGRACIÓN COGNITIVA

Concepto y Representación Gráfica de Números Racionales

1. Completa la tabla indicando si el número dado es una racional o una fracción equivalente y si es positivo o negativo.

Fracción	$\frac{2}{7}$	$\frac{-9}{5}$	$\frac{-3}{-4}$	$\frac{12}{-6}$
Racional / ***Equivalente***				
+ / **-**				

2. Representa sobre la recta numérica las siguientes fracciones.

a. $\frac{6}{4}$ **b.** $-\frac{8}{2}$ **c.** $\frac{1}{3}$ **d.** $\frac{9}{3}$

3. Escribe el número que falta para que las fracciones sean equivalentes al racional dado.

a. $-\frac{\square}{}$ **b.** $-\frac{\square}{}$ **c.** $\frac{}{\square}$

EL PLANO CARTESIANO

1. El plano cartesiano está determinado por la intersección de dos (02) rectas numéricas que se cortan perpendicularmente en cero.

2. La recta numérica horizontal es el eje x y la vertical es el eje y.

3. Sobre el eje x se ubica la primera componente de la pareja ordenada teniendo en cuenta que si la componente es positiva se ubica a la derecha de cero y si es negativa debajo de él.

4. Sobre el eje y se ubica la segunda componente de la pareja ordenada, teniendo en cuenta que si la componente es positiva se ubica arriba de cero y si es negativa debajo de él.

5. Los cuadrantes son las regiones en que queda dividido el plano. Se nombran con los números romanos I, II, III Y IV respectivamente.

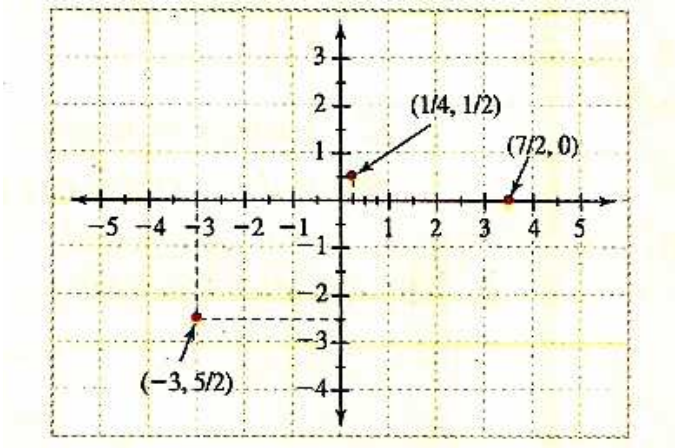
APRENDIZAJE ACTIVO

EJEMPLO:

Representar en el plano cartesiano los siguientes puntos:

a. $\left(-\ -\right)$ b. $\left(-3\ -\right)$ C. $\left(-\ \right)$

Se dividen las unidades de los ejes de coordenadas (deben ser de la misa longitud para los dos ejes) en tantas partes como indica el denominador de cada fracción. Así, las unidades en el eje x se dividen 4 partes iguales y las unidades del eje y, se dividen en 2 partes iguales, para el punto a. en los puntos b y c se procede en forma similar. Así.



PRÁCTICA 21

Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos.

a. $\left(\frac{2}{3},\frac{5}{3}\right)$

b. $\left(\frac{3}{4},\frac{7}{2}\right)$

c. $\left(-\frac{7}{6},-\frac{1}{6}\right)$

d. $\left(-\frac{9}{4},-\frac{9}{8}\right)$

e. $\left(-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$

f. $\left(\frac{8}{5},-\frac{13}{10}\right)$

g. $\left(-\frac{7}{3},\frac{5}{2}\right)$

h. $\left(0,\frac{4}{3}\right)$

i. $\left(\frac{7}{8},-4\right)$

j. $\left(\frac{10}{3},-\frac{1}{2}\right)$

k. $\left(-\frac{3}{4},\frac{7}{2}\right)$

l. $\left(\frac{5}{6},0\right)$

INTEGRACIÓN COGNITIVA

1. **Escribe V si es verdadero o F si es falso.**

   a. La fracción $\frac{-2}{-5}$ es negativa.

   b. $\frac{12}{15}$ es un número racional.

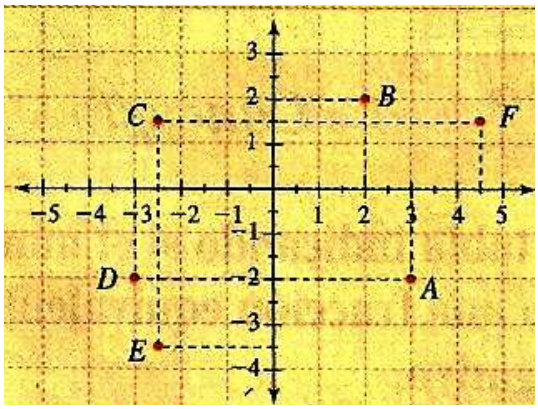
   c. $\frac{-9}{-12}$ es un equivalente al racional $\frac{3}{4}$

d. $\frac{-3}{-4}$ está ubicado a la izquierda de cero.

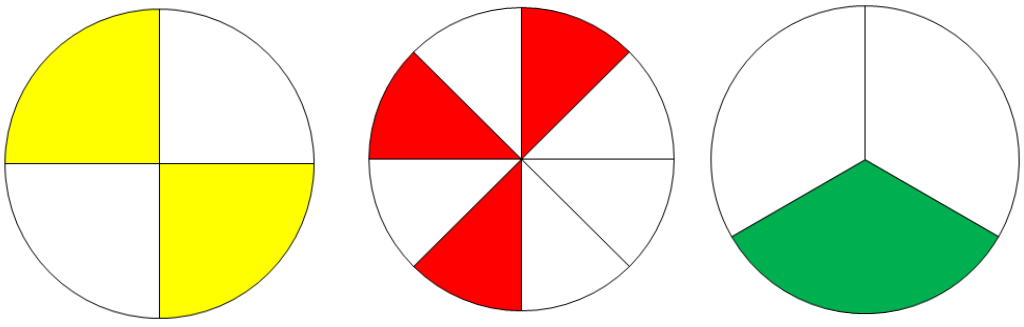
2. *Determine el cuadrante en el que quedan ubicados las siguientes parejas ordenas.*

a. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$ b. $\left(-3, \frac{5}{4}\right)$ c. $\left(\frac{8}{5}, -4\right)$

3. Determina la pareja que corresponde a cada punto.



4. Escribe el racional que determina cada dibujo.



ORDEN

Dados dos números racionales $\frac{a}{b}\ y\ \frac{c}{d}$ se puede hacer una y solo una de las siguientes afirmaciones.

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Si y sólo si ad=b c. dos números iguales o equivalentes si su producto en cruz es igual. Estos números corresponden a un mismo punto sobre la recta numérica.

2. $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ si y sólo si ad > bc. En la recta numérica $\frac{a}{b}$ está a la derecha de $\frac{c}{d}$.

3. $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si y sólo si ad < bc. En la recta numérica $\frac{a}{b}$ está a la izquierda de $\frac{c}{d}$.

ORDEN EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Para ordenar con facilidad números racionales, resulta muy práctico hallar fracciones equivalentes a ellos (escritas con el mismo denominador). Para tal fin se procede de la siguiente manera.

1. Se halla el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores de los racionales dados para ordenar.
2. Se escriben las fracciones equivalentes correspondientes.
3. Se comparan los numeradores de las fracciones halladas y se ordenan de acuerdo con ellos de mayor a menor o viceversa.

APRENDIZAJE ACTIVO

EJEMPLOS

1. Relacionar cada par de fracciones con los signos =, > o < según corresponda.

$-\frac{4}{9}, -\frac{5}{8}$

Se efectúa el producto en cruz -4.8> 9 (-5).

Pues -32 > -45

$$-\frac{4}{9} > -\frac{5}{8}$$

2. Ordenar de mayor a menor los siguientes números racionales.

$$\frac{3}{2}, -\frac{7}{6}, \frac{9}{5}, -\frac{8}{3}$$

Se halla el mcm (2, 6, 5, 3)= 30. Se amplifica.

$\frac{45}{30}, \frac{-35}{30}, \frac{54}{30}, \frac{-80}{30}$ Se ordenan $\frac{54}{30} > \frac{45}{30} > \frac{-35}{30} > \frac{-80}{30}$

Luego $\frac{9}{5} > \frac{3}{2} > -\frac{7}{6} > -\frac{8}{3}$

PRÁCTICA 22

1. Relaciona cada para de fracciones con los signos =, > o < según corresponda.

a. $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ **d.** $-\frac{7}{9}, -\frac{63}{81}$ g. $\frac{4}{17}, \frac{9}{31}$ **j.** $-\frac{9}{7}, -\frac{11}{6}$

b. $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ **e.** $-\frac{4}{7}, -\frac{4}{15}$ h. $-\frac{8}{25}, -\frac{4}{17}$ **k.** $\frac{5}{8}, \frac{10}{16}$

c. $-\frac{5}{4}, \frac{7}{8}$ **f.** $-\frac{8}{11}, -\frac{9}{13}$ i. $\frac{4}{4}, -\frac{7}{5}$ **l.** $-\frac{17}{11}, -\frac{85}{55}$

2. Ordena de menor a mayor los siguientes números racionales.

a. $\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}, \frac{7}{2}, -\frac{9}{10}$ c. $-\frac{1}{3}, -\frac{7}{4}, -\frac{9}{2}, -\frac{11}{6}$

b. $-\frac{7}{12}, -\frac{9}{4}, -\frac{13}{5}, -\frac{11}{2}$ d. $\frac{5}{2}, -\frac{7}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{5}{6}$

3. Ordena en forma descendente los siguientes racionales.

a. $\frac{5}{3}, -\frac{5}{2}, \frac{5}{8}, -\frac{5}{12}$

b. $-\frac{12}{5}, \frac{17}{9}, \frac{28}{15}, -\frac{16}{3}$

c. $-\frac{3}{4}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{8}, \frac{11}{6}$

d. $\frac{7}{6}, -\frac{7}{2}, \frac{9}{4}, \frac{15}{8}$

e. $\frac{7}{4}, \frac{19}{12}, \frac{13}{9}, \frac{22}{23}$

f. $-\frac{11}{8}, -\frac{17}{4}, -\frac{23}{2}, -\frac{31}{16}$

g. $\frac{7}{10}, -\frac{8}{5}, -\frac{3}{2}, -\frac{7}{3}$

h. $-\frac{9}{20}, -\frac{7}{4}, -\frac{9}{5}, -\frac{21}{2}$

ADICIÓN

Se presentan dos casos en la suma de números racionales.

Caso 1. Suma de fracciones del mismo denominador. Se suman los numeradores (teniendo en cuenta su signo) y el resultado se escribe con el mismo denominador. Si la fracción resultante no es un número racional ésta se debe simplificar hasta obtener el racional correspondiente.

*Caso 2. Suma de fracciones con distinto denominador***.** En este caso se procede así:

- **a.** Se halla un denominador común a todas las fracciones (mcm de los denominadores).
- **b.** Se hallan las fracciones equivalentes con el denominador común.
- **c.** Se procede luego como en el primer caso. Por ejemplo:

$\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ mcm (2,3) = 6

$\frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$

Para hacer la suma de los numeradores de las fracciones se debe recordar que:

1. Para sumar números del mismo signo, se suman los valores absolutos y se antepone el signo correspondiente. -3 + (-5) = -8

2. Para sumar números de diferente signo se restan sus valores absolutos y el resultado queda con el signo que tenga el número de mayor valor absoluto: 3 + (-8) = 3 – 8 = -5

APRENDIZAJE ACTIVO: (Activa el software FRACCION.EXE y realiza los ej.)

EJEMPLOS.

1. Sumar $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{7}{5}\right)$ *Caso 1. Entonces*

   $= \frac{-+3+7}{5} = \frac{4}{5}$ *se resuelven operaciones en el numerador*

2. Sumar $\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)$ *caso 2. Entonces mcm (4,6) =12*

   $=\left(-\frac{15}{12}\right)+\left(-\frac{14}{12}\right)$ *Se hallan fracciones equivalentes. Resulta muy cómodo escribir un solo denominador común.*

   $=\frac{(-15)+(-14)}{12} = \frac{-29}{12}$ *Se resuelven operaciones en el numerador.*

3. Sumar $\left(\frac{8}{9}\right)+\left(-\frac{2}{15}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)$ *Caso 3. Entonces mcm (9,15, 3) =45*

   $=\frac{40+(-6)+(-105)}{45}$ *Se hallan fracciones equivalentes, sobre un común denominador.*

   $= \frac{-71}{45}$ *Se resuelven operaciones en el numerador.*

PRÁCTICA 23:

1. Suma las siguientes fracciones.

a. $\frac{3}{4}+\frac{11}{4}$ **d.** $\frac{3}{7}+\frac{11}{21}$ **g.** $\left(-\frac{14}{9}\right)+\frac{5}{12}$

b. $\frac{5}{3}+\left(-\frac{4}{3}\right)$ **e.** $\frac{7}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)$ **h.** $\left(-\frac{8}{4}\right)+\left(-\frac{9}{5}\right)$

c. $\left(-\frac{7}{6}\right)+\left(-\frac{11}{6}\right)$ **f.** $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{9}{5}\right)$ **i.** $\left(-\frac{9}{14}\right)+\left(-\frac{6}{21}\right)$

2. Realiza las siguientes sumas con más de dos sumandos.

a. $\frac{3}{7}+\frac{5}{7}+\frac{6}{7}$ **e.** $\frac{7}{9}+\frac{5}{18}+\frac{2}{3}$

b. $\frac{3}{5}+\left(-\frac{2}{5}\right)+\frac{4}{5}$ **f.** $-\frac{1}{7}+\frac{3}{4}+\frac{5}{14}$

c. $\frac{9}{4}+\frac{5}{4}+\left(-\frac{7}{4}\right)$ **g.** $\frac{2}{9}+\left(-\frac{1}{12}\right)+\frac{5}{18}$

d. $-\frac{2}{9}+\left(-\frac{4}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)$ **h.** $-\frac{3}{13}+\left(-\frac{15}{26}\right)+\frac{17}{65}$

SUSTRACCIÓN

La sustracción de los números racionales equivale a la adición del minuendo y el opuesto del sustraendo, sin embargo, con el fin de facilitar el cálculo de la deferencia (resultado de la sustracción o resta) se siguen los pasos expuestos a continuación.

1. Se simplifican los signos según las reglas estudiadas en el numeral 1.8 de la página 17, con el fin de suprimir el paréntesis y dobles signos.
2. En caso de que las fracciones tengan distinto denominador, se halla un común denominador (el mcm de los denominadores) y las fracciones equivalentes correspondientes.
3. Se efectúan las operaciones que resultan en el numerador.
4. Se simplifica el resultado en cada caso de que sea posible, hasta obtener el racional correspondiente.

APRENDIZAJE ACTIVO (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza los ej.)

EJEMPLOS

1. Resolver $\left(\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{5}{6}\right)$

$= \frac{1}{6} - \frac{5}{6}$ *Se simplifican signos. Paso 1.*

$= \frac{1-5}{6}$ *Se escriben las fracciones con común denominador. Paso 2.*

$= \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$ *Se resuelven las operaciones del numerador. Paso 3.*

2. $\left(-\frac{3}{8}\right) - \left(-\frac{7}{6}\right)$ *Se trata de fracciones de diferente denominador.*

$= -\frac{3}{8} + \frac{7}{6}$ *Se simplifican signos y se eliminan paréntesis. Paso 1.*

$= \frac{-9+28}{24} = \frac{19}{24}$ *Se halla el denominador común, mcm (8,6) = 24 y las fracciones equivalentes. Paso 2.*

El resultado es un número racional porque numerador y denominador no tiene factores comunes. Por lo que en este caso no se hace posible la simplificación.

PRÁCTICA 24

Halla la diferencia entre las siguientes fracciones.

a. $\frac{6}{5} - \frac{9}{5}$ **d.** $\left(\frac{5}{6}\right) - \frac{7}{9}$ **g.** $\frac{5}{12} - \left(-\frac{9}{8}\right)$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{7}{4}\right)$ **e.** $\left(\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right)$ **h.** $\frac{5}{9} - \left(-\frac{11}{27}\right)$

c. $\frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)$ **f.** $\left(\frac{7}{8}\right) - \left(\frac{11}{6}\right)$ **i.** $\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{7}{3}\right)$

INTEGRACIÓN COGNITIVA*: Relaciones y operaciones en el conjunto de los números racionales.*

1. *Escribe el número racional que representa a cada uno de los siguientes de los grupos de fracciones.*

a. $-\frac{6}{10}, \frac{-15}{25}, \frac{21}{-35}, -\frac{12}{20}$

b. $\frac{27}{6}, \frac{-45}{-10}, \frac{54}{12}, \frac{-18}{4}$

c. $-\frac{15}{5}, \frac{21}{-7}, -\frac{27}{9}, \frac{36}{-12}$

d. $\frac{-9}{-21}, \frac{15}{35}, -\frac{6}{14}, \frac{-21}{-49}$

2. Halla el término que falta para que las fracciones resulten equivalentes.

a. $\frac{3}{5} = \frac{\square}{60}$

b. $-\frac{3}{7} = \frac{18}{\square}$

c. $\frac{4}{3} = \frac{-36}{\square}$

d. $-\frac{5}{7} = \frac{\square}{60}$

e. $\frac{9}{5} = \frac{\square}{-55}$

f. $-\frac{11}{3} = \frac{\square}{27}$

MULTIPLICACIÓN

Para multiplicar números racionales se multiplican sus numeradores entre si y sus denominadores entre si. Así: si $\frac{a}{b} y\ \frac{c}{d}\ \epsilon\ Q\ con\ b\ \neq 0, d\ \neq 0$ entonces

$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ Por ejemplo $\frac{5}{2} . \frac{7}{3} = \frac{35}{6}$

La ley de los signos para multiplicar números racionales es la misma ley que se sigue para multiplicar números enteros. Así:

1. El producto de dos racionales es igual al signo es positivo.
   (+) **.** (+) = +
   (-) **.** (-) = +

2. El producto de dos racionales con distinto signo es negativo.
   (+) **.** (-) = -
   (-) **.** (+) = -

Resulta muy práctico simplificar las fracciones antes de multiplicarlas. Esta simplificación se puede realizar ya sea en forma vertical o en forma diagonal; lo

importante es que cada vez que se simplifique el numerador con un denominador, sin que ellos tengan que ser necesariamente de la misma fracción. Por ejemplo:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{14} = \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{15}}{\cancel{9} \cdot \cancel{14}} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

APRENDIZAJE ACTIVO (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza los ej.)
EJEMPLOS

1. $\left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right)$ *Las fracciones son positivas. Por lo tanto el producto es positivo. No hay simplificaciones que se puedan hacer*

$\frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7}$ *Se multiplican numeradores y denominadores entre si.*

$\frac{6}{35}$ *Se efectúan los productos correspondientes.*

2. $\left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \left(\frac{8}{21}\right)$ *Las fracciones tienen diferente signo, por lo tanto el producto es negativo.*

$\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 3}$ *Se simplifica 7 con 21 (en diagonal) y 8 con 12 (en diagonal)*

$\frac{2}{9}$ *Se efectúan los productos correspondientes.*

3. $\left(\frac{15}{8}\right) \cdot \left(-\frac{14}{9}\right) \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$

Es un producto de tres factores. Primero se multiplican los signos de los números dados que son +, -, -, el producto (+) (-) (-) es positivo así.

$= \frac{15 \cdot 14 \cdot 10}{8 \cdot 9 \cdot 21}$ *Se simplifican por 3 a 15 y a 9 (en diagonal); por 7 a 14 y a 21 (en diagonal) y por 2 a 8 y a 10*

Se simplifican nuevamente por 2 a 2 (en el numero) y a 4 en el denominador, se obtiene.

$$= \frac{5 \cdot 2 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$= \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{25}{18}$$ *Se realizan los productos que quedan indicados.*

PRACTICA 25

1. Resuelve los siguientes productos.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{7}\right)$ **d.** $\left(\frac{7}{6}\right)\left(-\frac{4}{21}\right)$ **g.** $\left(-\frac{15}{22}\right)\left(\frac{11}{5}\right)$

b. $\left(\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{5}{9}\right)$ **e.** $\left(-\frac{4}{39}\right)\left(\frac{13}{10}\right)$ **h.** $\left(-\frac{12}{14}\right)\left(\frac{7}{3}\right)$

c. $\left(-\frac{9}{7}\right)\left(-\frac{12}{5}\right)$ **f.** $\left(-\frac{8}{15}\right)\left(-\frac{27}{8}\right)$ **i.** $\left(-\frac{9}{10}\right)\left(-\frac{8}{15}\right)$

2. Resuelvo los siguientes productos con más de dos factores.

a. $\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$ **d.** $\left(-\frac{10}{9}\right)\left(\frac{15}{8}\right)\left(-\frac{16}{3}\right)$

b. $\left(\frac{10}{21}\right)\left(\frac{28}{15}\right)\left(\frac{6}{5}\right)$ **e.** $\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(-\frac{12}{5}\right)$

c. $\left(-\frac{7}{4}\right)\left(\frac{2}{14}\right)\left(\frac{3}{2}\right)$ **f.** $\left(-\frac{4}{9}\right)\left(-\frac{27}{16}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)$

DIVISIÓN

Recíproco o inverso multiplicativo de un número racional.

Para cada número racional no nulo existe otro (su inverso) de tal manera que el producto de los dos es uno. Esto es, para todo $\frac{a}{b} \in Q, a \neq o\ b \neq$, existe $\frac{b}{a}$ tal que $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$

$\frac{b}{a}$ es el recíproco o inverso multiplicativo de $\frac{a}{b}$

Por ejemplo $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = 1$

Para hallar el inverso de un número racional o fracción basta con cambiar el denominador por el numerador y viceversa. Dividir dos números racionales equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco o inverso multiplicativo del divisor. Por ejemplo

$$\frac{3}{4} \div \frac{9}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$$

Por esta razón la ley de los signos se sigue para dividir números racionales, equivale a la ley de los signos que se aplica en la multiplicación. De esta forma el cociente de signos iguales es positivo y el cociente de signos diferentes es negativo.

APRENDIZAJE ACTIVO (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza lo Ejercicios)

EJEMPLOS

1. Hallar el recíproco o inverso multiplicativo de cada una de las siguientes fracciones.
Se transforma

a. $-\frac{3}{5}$ *Se intercambia numerador con denominador y se obtiene el inverso. Este es* $-\frac{5}{3}$

b. $\frac{1}{3}$ *Se intercambia numerador con denominador y se obtiene el inverso multiplicativo. Este es 3.*

2. Realizar las siguientes divisiones.

a. $\frac{7}{5} \div -\frac{2}{3}$

$= \frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{21}{10}$ *Se transforma la división en la multiplicación del dividendo por el inverso del divisor.*

b. $\frac{9}{10} \div -\frac{3}{2} \div \left(-\frac{1}{5}\right)$

Las divisiones encadenadas se deben realizar en el orden en que aparecen, cuando no hay signos de agrupación que indiquen otro orden para efectuarlas. Por lo tanto.

$= \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{1}\right)$ *Se transforman las divisiones en multiplicaciones del dividendo por el inverso de cada divisor.*

$= -\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1}$ *Se multiplican numeradores y denominadores entre sí.*

Se multiplican y se resuelven productos en el numerador y denominador.

PRACTICA 26

1. Halla el recíproco o inverso multiplicativo de los siguientes racionales

a. **c.** **e.** – 3 **g.** **i.**

b. **d.** **f.** – 4 **h.** **j.**

2. Resuelve las siguientes divisiones.

a. **e.** **i.**

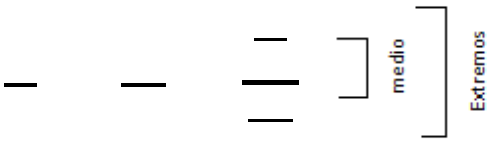
b. **f.** **j.**

c. **g.** **k.**

d. **h.** **l.**

FRACCIONES COMPLEJAS

En este capítulo estudiamos una nueva notación para divisiones que no resultaban exactas (el número racional); de la misma forma se puede expresar la división entre dos números racionales. Así



En expresiones de este tıpo a y n reciben el nombre de extremos, mientras que b y m reciben el nombre de medios. Además como bien se sabe que

$$\frac{a}{b} \div \frac{n}{m} = \frac{a.n}{b.m}$$

Se dice: producto de extremos al numerador y producto de medios al denominador.

Se denominan fracciones complejas aquellas cuyos numeradores y denominadores contienen a su vez fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}{\frac{7}{2}+\frac{1}{4}}$$

Para simplificar fracciones complejas se procede de la siguiente manera:

1. Se efectúan las operaciones indicadas en el numerador y en denominador hasta obtener un número racional por cada uno de ellos.
2. Se realiza el producto de los extremos sobre el producto de los medios, en su defecto, se divide el resultado obtenido en el numerador entre el resultado obtenido en el denominador.

APRENDIZAJE ACTIVO

EJEMPLO

Simplificar las siguientes fracciones complejas.

a. $$\frac{\frac{5}{6}-\frac{8}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{5-16}{6}}{\frac{2+3}{4}}$$ *Se resuelven las operaciones en el numerador y en denominador.*

$$\frac{-\frac{11}{6}}{\frac{5}{4}} = \frac{(-11)(4)}{6.5}$$ *Se multiplican extremos y medios*

Se simplifican

$$= -\frac{44}{30} = -\frac{22}{15}$$

b. $1 - \dfrac{2+\frac{3}{2}}{\frac{4+5}{4}}$ *Se comienza a resolver por la parte inferior. Así.*

$$1 - \frac{2+\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = 1 - \frac{2+\frac{3}{8}}{\frac{9}{}}$$ *Se aplica producto de extremos y producto de medios.*

$$\frac{2+\frac{3}{\frac{9-8}{9}}}{} = \frac{2+\frac{3}{\frac{1}{9}}}{} = \frac{2+\frac{27}{1}}{} = \frac{29}{}$$

PRACTIVA 27

Simplifica las siguientes fracciones:

a. $\dfrac{\frac{7}{8} - \frac{5}{6} + \frac{4}{9}}{\frac{9}{2} - \frac{7}{4} + \frac{8}{3}}$

b. $\dfrac{\frac{5}{2} - \frac{2}{4} + \frac{1}{6}}{\frac{3}{5} + \frac{2}{7} - 3}$

c. $\dfrac{1+\frac{2}{3} - \frac{10}{3}}{6 - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}}$

d. $\dfrac{\frac{5}{6} - 3 + \frac{2}{3}}{\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} + 1}$

e. $\dfrac{\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{6} + 1}{\frac{5}{3} + \frac{3}{5} + 2}$

f. $\dfrac{\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{5} + 3}{3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}}$

g. $\dfrac{3+\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7}}{1 - \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{2}}$

h. $\dfrac{-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot 2}{-\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{3} + \frac{1}{2}}$

i. $\dfrac{-10 - \frac{1}{4}}{-10 \cdot \frac{7}{5} - 3}$

POTENCIACIÓN

La expresión

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ Se denomina potencia con base $\frac{a}{b}$ y exponente n.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} . \frac{a}{b} \dots \dots \frac{a}{b}$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN EN LOS RADICALES.

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

2. $\frac{1}{a} = a^{-1}, a \neq 0$

3. $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ con n negativo es igual a $\left(\frac{b}{a}\right)^n$ con n positivo.

4. $\left(\frac{a}{b} . \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \left(\frac{c}{d}\right)^n$

5. $\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n$

Manejo de signos en la potenciación de racionales.

Se presentan dos casos:

1. Si $\frac{a}{b}$ es positivo, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ siempre es positivo.
2. Si $\frac{a}{b}$ es negativo:
   a. Si n es par $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ es positivo.

b. Si n es impar $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ es negativo.

APRENDIZAJE ACTIVO (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza lo Ejercicios)

EJEMPLO

Simplificar las expresiones dadas y dejar la respuesta con exponentes positivos.

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 . \left(\frac{3}{4}\right)^3$ *Se aplica la propiedad 4.*

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+3} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3\,.\,3\,.\,3\,.\,3\,.\,3}{4\,.\,4\,.\,4\,.\,4.\,4}$$

b. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \left(\frac{9}{10}\right)^2$ *Se aplica la propiedad 3.*

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 . \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \frac{5^3}{3^3} . \frac{9^2}{10^2} = \frac{5^3}{3^3} . \frac{(3\,.3)^2}{(5\,.2)^2}$$

$$\frac{5^3}{3^3} . \frac{3^2\,.\,3^2}{5^2\,.\,2^2} = \frac{5\,.\,3}{2^2} = \frac{15}{4}$$

PRÁCTICA 28

1. Halla las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{6}{5}\right)^2$ **d.** $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ **g.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ **j.** $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-1}$

b. $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ **e.** $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ **h.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ **k.** $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ **f.** $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ **i.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-3}$ **l.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

2. Simplifica las siguientes expresiones aplicando la ley de signos y las propiedades necesarias. Expresa el resultado en forma de potencia indicada, bases y exponentes positivos.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^{9}$ **d.** $\left(\frac{9}{5}\right)^{-7}$ **g.** $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-8}$ **j.** $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8}$

b. $\left(\frac{5}{7}\right)^{8}$ **e.** $\left(-\frac{7}{3}\right)^{4}$ **h.** $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-9}$ **k.** $(-9)^{-11}$

c. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{10}$ **f.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-5}$ **i.** $(-5)^{-6}$ **l.** $\left(-\frac{3}{4}\right)^{15}$

3. Realiza las operaciones indicadas y escribe el resultado con bases y exponentes positivos.

a. $\left(\frac{5}{8}\right)^{9} . \left(\frac{3}{4}\right)^{3}$ **d.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{3}\right)^{2}$ **g.** $\left(\frac{2}{5}\right)^{3} \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

b. $\left(\frac{7}{4}\right)^{6} \div \left(\frac{7}{4}\right)^{-2}$ **e.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{2} . \left(\frac{4}{3}\right)^{-5}$ **h.** $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3} \div \left(\frac{7}{3}\right)^{3}$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} . \left(\frac{3}{4}\right)^{0}$ **f.** $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} . \left(-\frac{6}{5}\right)^{2}$ **i.** $\left(-\frac{9}{7}\right)^{-2} . \left(\frac{9}{7}\right)^{4}$

RADICACIÓN

El concepto de radicación de números enteros estudiado en el capítulo correspondiente sigue siendo válido en el conjunto de los números racionales. Así:

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{p}{q}$ si y solamente si $\left(\frac{p}{q}\right)^{n} = \frac{a}{b}$

La ley de los signos para la radicación de números racionales es la misma ley estudiada en la radicación de números enteros (numeral 1. 13 de la página 23). Así.

1. $\sqrt[impar]{+} = +$
2. $\sqrt[impar]{-} = -$
3. $\sqrt[par]{+} = \pm$
4. $\sqrt[par]{-} = no\ tiene\ solución$

Para hallar la raíz n-ésima de un racional se procede así:

1. Se aplica la ley de signos.

2. Se halla la raíz del numerador y ella será el numerador de la fracción resultante.

3. Se halla la raíz del denominador y ella será el denominador de la raíz resultante. Es decir,

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Por ejemplo $\frac{32}{343} = \frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{343}} = \frac{2}{3}$

APRENDIZAJE ACTIVO (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza lo Ejercicios)

EJEMPLO

Hallar, si es posible, las raíces indicadas de cada uno de los siguientes números racionales.

a. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Es una raíz impar de continuidad subradical positiva. Por lo tanto es positiva. La ley de los signos caso 1. Así,

$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

Se aplican las reglas para hallar la raíz de un número racional.

b. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm\frac{1}{4}$

Es una raíz par de cantidad subradical positiva por lo tanto tiene doble raíz. La ley de los signos caso 3 así.

c. $\sqrt{-\frac{9}{4}}$

Es una raíz par de cantidad subradical negativa, por lo tanto no existe en Q

d. $\sqrt[5]{\frac{2}{3}}$

No es posible hallar la raíz pues no existe un número racional tal que elevado a la quinta potencia sea $\frac{2}{3}$

e. $\sqrt[3]{\left(\frac{27}{64}\right)^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}}$

Potencia negativa de un racional

f. $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3}$

En este caso se trabaja primero la potencia de la cantidad subradical y luego continúa el proceso normal. Así.

a. $\sqrt{\frac{81}{25}}$

b. $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$

c. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$

d. $\sqrt[4]{-\frac{1}{81}}$

e. $\sqrt[4]{\frac{625}{81}}$

f. $\sqrt[3]{\frac{1}{100}}$

g. $\sqrt{\frac{5}{2}}$

h. $\sqrt{(-4)^2}$

i. $\sqrt[5]{(2)^{-5}}$

j. $\sqrt[3]{\left(-\frac{5}{6}\right)^{-3}}$

k. $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^4}$

l. $\sqrt[4]{\frac{81}{10.000}}$

m. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

n. $\sqrt[5]{-\frac{32}{343}}$

o. $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

p. $\sqrt[6]{-\frac{1}{64}}$

BIBLIOGRAFIA

1. Enciclopedia didáctica de matemáticas. Editorial Océano.

2. Enciclopedia Microsoft Encarta 1998.

3. Matemática Hoy 7º basico. Editoria Santillana.

4. Fernando Corvalán."Las matemáticas aplicadas a la vida cotidiana".

5. Ponce, Héctor, "Las fracciones en la escuela, un camino con obstáculos", en Enseñar y aprender Matemática, Novedades Educativas, Bs.As. 1998.

6. Ponce, Héctor, "Fracciones: significados, relaciones y propiedades", en Enseñar y aprender Matemática, Novedades Educativas, Bs.As. 1998

7. Matemática, Fracciones y números decimales para 6° grado. Apuntes para la enseñanza dirigido por Cecilia Parra. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2005.

8. Matemática, Fracciones y números decimales para 5° grado. Apuntes para la enseñanza dirigido por Cecilia Parra. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2005.

9 Matemática, Fracciones y números decimales para 4° grado. Apuntes para la enseñanza dirigido por Cecilia Parra. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2005.

10 Matemática, Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza dirigido por Susana Wolman. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2006.

Bibliografía Complementaria:

11. Broitman Claudia y otros, "Matemática n° 4, Números racionales y Geometría, algunas propuestas para alumnos de 6° año", Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular, 2007.

12. "Matemática" (1997), documento de trabajo nº 4, Actualización Curricular para EGB, Marco General. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaria de Educación.

Dirección de Currícula. Disponible en línea en:

http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php

http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/Basicas/Contenidos/Reales/reales.html#racionales

LINKS QUE PUEDES USAR EN LINEA PARA REFORZAR TUS CONOCIMIENTOS EN NUMEROS RACIONALES

1. www.sectormatematicas.cl/software.htm : *PROGR*AMA PEDAZZITO
2. www.abcdatos.com/programas/educativos/infantiles/matematicas.htm PROGRAMA FRACCIONES V1.0.0.0
3. www.archivospc.com/c/1075/p1/Matem%c3%A1ticas.php
4. PROGRAMA FRACCIONES 2.O

PUEDES INGRESAR A MI BLOG

http://fannydiaz.blogspot.es/